

Программа зачета для 10б класса по теме “Предел”

1. Последовательность. Точная верхняя и нижняя грани. Геометрическое и алгебраическое определение предела. Единственность. Ограниченность сходящейся последовательности.
2. Бесконечно малые последовательности. Их свойства.
3. Лемма о сохранении знака и ее обобщение.
4. Предел суммы, произведения и частного двух последовательностей.
5. Предельный переход в неравенстве. Теорема о двух милиционерах.
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, \quad |q| < 1; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1, \quad a > 0; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$
7. Бесконечно большие последовательности. Их связь с бесконечно малыми последовательностями. Связь между бесконечно большими и неограниченными последовательностями.
8. Теорема Вейерштрасса. Ее аналог для неограниченных последовательностей.
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{a^n} = 0, \quad a > 1, \quad k \in \mathbb{N}.$
10. Существование предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Число e .
11. Переход к пределу под знаком квадратного и кубического корней.
12. Сумма и произведение бесконечно большой и сходящейся последовательностей. Сумма и произведение двух бесконечно больших последовательностей.
13. Семь типов неопределенности. Разбор всевозможных случаев для одного из них.
14. Подпоследовательности. Частичный предел. Сходимость подпоследовательности сходящейся последовательности.
15. Теорема Больцано–Вейерштрасса (без доказательства). Ее аналог для неограниченных последовательностей.
16. Предел функции $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b, \quad a, b \in \mathbb{R}$. Лемма о сохранении знака.
17. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.
18. Непрерывность функции в точке. Непрерывность многочленов и рациональных функций.
19. Непрерывность тригонометрических функций.
20. Односторонние пределы. Односторонняя непрерывность.
21. Непрерывность функций $\sqrt{x}$ и $\sqrt[3]{x}$.
22. Свойства пределов функций, связанные с неравенствами.
23. Первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$
24. Теорема о замене переменной под знаком предела.
25. Второй замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e.$
26. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции.
27. Третий замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$
28. Точки разрыва. Их классификация.
29. Асимптоты графиков функций. Теорема о наклонной асимптоте.
30. Свойства функций непрерывных на отрезке (без доказательства).