

# Контрольная работа №1.

9б. 8 октября 2004 года

## Вариант I

1. Решите систему  $\begin{cases} \frac{1}{xy} - \frac{1}{x+y} = \frac{1}{2} \\ x^2y + xy^2 = 2. \end{cases}$

2. Докажите по индукции  $\frac{1}{5 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{(7n-2) \cdot (7n+5)} = \frac{n}{5(7n+5)}$ .

3. Докажите по индукции, что  $7^n + 12n + 17$  кратно 18 при всех натуральных  $n$ .

4. Найдите формулу общего члена последовательности, заданной рекуррентно

а)  $x_1 = 2, \quad x_{n+1} = 5x_n + 3;$

б)  $x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_{n+2} = x_{n+1} + 6x_n;$

в)  $x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 2, \quad x_{n+3} = -3x_{n+2} + 4x_n.$

5. Известно, что сумма первых  $n$  членов последовательности  $S_n = 5n^2 + 3n$ . Докажите, что эта последовательность является арифметической прогрессией. Найдите ее первый член и разность.

6. Известно, что сумма первых  $n$  членов последовательности  $S_n = 3 \cdot 6^n + 9$ . Найдите формулу общего члена последовательности.

## Вариант II

1. Решите систему  $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{2} \\ x^2y + xy^2 + 2 = 0. \end{cases}$

2. Докажите по индукции  $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+3)} = \frac{n(4n+5)}{3(2n+1)(2n+3)}$ .

3. Докажите по индукции, что  $6^n + 20n + 24$  кратно 50 при всех натуральных  $n$ .

4. Найдите формулу общего члена последовательности, заданной рекуррентно

а)  $x_1 = 3, \quad x_{n+1} = 4x_n + 7;$

б)  $x_1 = 0, \quad x_2 = -1, \quad x_{n+2} = -2x_{n+1} + 8x_n;$

в)  $x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 4, \quad x_{n+3} = -6x_{n+2} + 32x_n.$

5. Известно, что сумма первых  $n$  членов последовательности  $S_n = n^2 + n$ . Докажите, что эта последовательность является арифметической прогрессией. Найдите ее первый член и разность.

6. Известно, что сумма первых  $n$  членов последовательности  $S_n = 2 \cdot 5^n + 10$ . Найдите формулу общего члена последовательности.