

Контрольная работа №0.

Как я отдохнул летом II

9б. 3 сентября 2004 года

Вариант I

1. Вычислите при $-\frac{1}{2} \leq a \leq 1$

$$\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{4a^2 + 4a + 1}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{x - \sqrt{y}}{x + \sqrt{y}} + \frac{x^2 - x\sqrt{y}}{x - \sqrt{y}} - \frac{x + \sqrt{y}}{x - \sqrt{y}} + \frac{4x\sqrt{y}}{x^2 - y}.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{4}{(x+1)^2} + \frac{6}{x^2 - 4x - 5} = \frac{1}{x-5}.$$

4. Пусть x_1 и x_2 — два корня квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Выразите через коэффициенты a , b и c значение выражения $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$.

5. Найдите уравнения касательных к параболе $y = x^2 + 2x + 2$, проходящих через точку $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$.

Нарисуйте график.

6. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}} + \frac{1}{2x - 3}.$$

7. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 2 - \frac{1}{1 - \sqrt{3 - 2x - x^2}}.$$

8. Решите неравенство

$$\frac{(18 + 9x - 8x^2 - 4x^3)(x+2)^2(x+5)}{(9x^4 - 37x^2 + 4)(3x-1)(x+4)^4} \geq 0.$$

9. Нарисуйте график функции, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = \left| \frac{2|x| + 1}{1 - |x|} \right|.$$

10. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} (a+1)x - y = a; \\ (a-3)x + ay = -9. \end{cases}$$

Вариант II

1. Вычислите при $-3 \leq b \leq \frac{1}{2}$

$$\sqrt{b^2 + 6b + 9} + \sqrt{4b^2 - 4b + 1}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{\sqrt{a} - b}{\sqrt{a} + b} + \frac{b^2 - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b} + \frac{b + \sqrt{a}}{b - \sqrt{a}} + \frac{4b\sqrt{a}}{a - b^2}.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{3}{(x+2)^2} + \frac{5}{x^2 - x - 6} = \frac{1}{x-3}.$$

4. Пусть x_1 и x_2 — два корня квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Выразите через коэффициенты a , b и c значение выражения $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$.

5. Найдите уравнения касательных к параболе $y = x^2 - 2x - 2$, проходящих через точку $\left(\frac{1}{2}, -5\right)$.

Нарисуйте график.

6. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}} - \frac{2}{7 - 2x}.$$

7. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{5 + 4x - x^2}} - 5.$$

8. Решите неравенство

$$\frac{(36x^4 - 25x^2 + 4)(x^2 - 1)^3(2x + 5)}{(8 - 36x + 54x^2 - 27x^3)(2x - 3)^5(1 - x)} \leq 0.$$

9. Нарисуйте график функции, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = \left| \frac{5 - 3|x|}{|x| - 2} \right|.$$

10. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} -ax + y = 1 - a; \\ (2a - 8)x + (2a - 2)y = -18. \end{cases}$$

Вариант III

1. Вычислите при $-\frac{1}{2} \leq b \leq 3$

$$\sqrt{b^2 - 6b + 9} + \sqrt{4b^2 + 4b + 1}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{\sqrt{y} - x}{\sqrt{y} + x} + \frac{x^2 - x\sqrt{y}}{\sqrt{y} - x} + \frac{x + \sqrt{y}}{x - \sqrt{y}} + \frac{4x\sqrt{y}}{y - x^2}.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{4}{(x + 3)^2} + \frac{5}{x^2 + x - 6} = \frac{1}{x - 2}.$$

4. Пусть x_1 и x_2 — два корня квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Выразите через коэффициенты a , b и c значение выражения $\frac{x_1^3}{x_2} + \frac{x_2^3}{x_1}$.

5. Найдите уравнения касательных к параболе $y = x^2 - 2x + 2$, проходящих через точку $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$.

Нарисуйте график.

6. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 6}} + \frac{1}{2x - 5}.$$

7. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2 - \sqrt{5 - 4x - x^2}}.$$

8. Решите неравенство

$$\frac{(9x^3 - 18x^2 - 4x + 8)(4 - x^2)(x + 3)^3}{(4x^4 - 37x^2 + 9)(x + 4)^2(2x - 1)} \leq 0.$$

9. Нарисуйте график функции, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = \left| \frac{7 - 4|x|}{|x| - 1} \right|.$$

10. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} ax - y = a - 1; \\ (a - 4)x + (a - 1)y = -9. \end{cases}$$

Вариант IV

1. Вычислите при
- $-\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

$$\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{9a^2 + 6a + 1}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{a - \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} + \frac{a^2 - a\sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} - \frac{a + \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} + \frac{4a\sqrt{b}}{a^2 - b}.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{5}{(x+4)^2} + \frac{6}{x^2 + 2x - 8} = \frac{1}{x-2}.$$

4. Пусть
- x_1
- и
- x_2
- два корня квадратного уравнения
- $ax^2 + bx + c = 0$
- . Выразите через коэффициенты
- a
- ,
- b
- и
- c
- значение выражения
- $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$
- .

5. Найдите уравнения касательных к параболе
- $y = x^2 + 2x - 2$
- , проходящих через точку
- $\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$
- .

Нарисуйте график.

6. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{2}{5-2x} - \sqrt{-\frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}}.$$

7. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{3 + 2x - x^2}} - 5.$$

8. Решите неравенство

$$\frac{(4x^4 - 25x^2 + 36)(2-x)(3x-1)}{(8x^3 + 36x^2 + 54x + 27)(x+2)(x+3)^2} \geq 0.$$

9. Нарисуйте график функции, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = \left| \frac{-2|x| - 1}{|x| + 3} \right|.$$

10. При всех
- $a \in \mathbb{R}$
- решите систему уравнений

$$\begin{cases} (a-1)x + y = a; \\ (a+3)x + ay = 9. \end{cases}$$