

Контрольная работа №5. 8б. 26 апреля 2004 года

Вариант I

1. Решите неравенство

$$\frac{(18 + 9x - 8x^2 - 4x^3)(x + 2)^2(x + 5)}{(9x^4 - 37x^2 + 4)(3x - 1)(x + 4)^4} \geq 0.$$

2. Нарисуйте графики функций, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = |2x + 1| + 2|x - 2|;$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x < -2; \\ 5 & \text{при } -2 \leq x < -1; \\ \sqrt{1 - x^2} & \text{при } -1 \leq x \leq 1; \\ -\sqrt{x + 3} & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$h(x) = \left| \frac{2|x| + 1}{1 - |x|} \right|.$$

3. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} (a + 1)x - y = a; \\ (a - 3)x + ay = -9. \end{cases}$$

4*. Найдите количество корней уравнений

$$f(x) = a; \quad g(x) = a; \quad h(x) = a.$$

в зависимости от значения параметра $a \in \mathbb{R}$, при этом функции взяты из задачи 2.

Вариант II

1. Решите неравенство

$$\frac{(36x^4 - 25x^2 + 4)(x^2 - 1)^3(2x + 5)}{(8 - 36x + 54x^2 - 27x^3)(2x - 3)^5(1 - x)} \leq 0.$$

2. Нарисуйте графики функций, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = 3|x + 1| - |3x - 5|;$$
$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & \text{при } x < -3; \\ 2 & \text{при } -3 \leq x \leq -1; \\ -\sqrt{1 - x^2} & \text{при } -1 < x \leq 0; \\ \sqrt{x + 9} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$
$$h(x) = \left| \frac{5 - 3|x|}{|x| - 2} \right|.$$

3. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} -ax + y = 1 - a; \\ (2a - 8)x + (2a - 2)y = -18. \end{cases}$$

4*. Найдите количество корней уравнений

$$f(x) = a; \quad g(x) = a; \quad h(x) = a.$$

в зависимости от значения параметра $a \in \mathbb{R}$, при этом функции взяты из задачи 2.

Вариант III

1. Решите неравенство

$$\frac{(9x^3 - 18x^2 - 4x + 8)(4 - x^2)(x + 3)^3}{(4x^4 - 37x^2 + 9)(x + 4)^2(2x - 1)} \leq 0.$$

2. Нарисуйте графики функций, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = -|2x + 1| - |2x - 4|;$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 20 & \text{при } x < -3; \\ 3 & \text{при } -5 \leq x \leq -1; \\ -\sqrt{1-x^2} & \text{при } -1 < x \leq 1; \\ -\sqrt{x+8} & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$h(x) = \left| \frac{7-4|x|}{|x|-1} \right|.$$

3. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} ax - y = a - 1; \\ (a-4)x + (a-1)y = -9. \end{cases}$$

4*. Найдите количество корней уравнений

$$f(x) = a; \quad g(x) = a; \quad h(x) = a.$$

в зависимости от значения параметра $a \in \mathbb{R}$, при этом функции взяты из задачи 2.

Вариант IV

1. Решите неравенство

$$\frac{(4x^4 - 25x^2 + 36)(2-x)(3x-1)}{(8x^3 + 36x^2 + 54x + 27)(x+2)(x+3)^2} \geq 0.$$

2. Нарисуйте графики функций, найдите точки пересечения с осями, исследуйте графики на монотонность, экстремумы и асимптоты

$$f(x) = -|2x+5| + 2|x-3|;$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{при } x < 0; \\ \sqrt{1-x^2} & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ 5 & \text{при } 1 < x < 3; \\ \sqrt{x-2} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

$$h(x) = \left| \frac{-2|x|-1}{|x|+3} \right|.$$

3. При всех $a \in \mathbb{R}$ решите систему уравнений

$$\begin{cases} (a-1)x + y = a; \\ (a+3)x + ay = 9. \end{cases}$$

4*. Найдите количество корней уравнений

$$f(x) = a; \quad g(x) = a; \quad h(x) = a.$$

в зависимости от значения параметра $a \in \mathbb{R}$, при этом функции взяты из задачи 2.