

Контрольная работа №4.

86. 6 марта 2004 года

Вариант I

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной x , при котором оно принимается, если

$$f(x) = \frac{x^2}{8x^4 - x^2 + 2}.$$

2. Докажите, что при всех действительных a, b и c справедливо неравенство

$$a^2 + 5b^2 + 4c^2 \geq 4ab + 4bc.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x - 2| + |x - 4| + |x - 6| \leq 9.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}} + \frac{1}{2x - 3}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 2 - \frac{1}{1 - \sqrt{3 - 2x - x^2}}.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра a

а) $\frac{x+1}{2a} \geq \frac{x+2}{a+3};$ б) $ax^2 - 2x + a \geq 0.$

Вариант II

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной t , при котором оно принимается, если

$$f(t) = \frac{t^2}{t^4 - 7t^2 + 25}.$$

2. Докажите, что при всех действительных x , y и z справедливо неравенство

$$6y(x+z) \leq x^2 + 12y^2 + 3z^2.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x+2| + |x+5| + |x+8| \leq 12.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}} - \frac{2}{7 - 2x}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{5 + 4x - x^2}} - 5.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра b

$$\text{а)} \quad \frac{x+3}{2b+1} \leq \frac{x}{b+1}; \quad \text{б)} \quad b^2x^2 + 4x + 4b^2 \geq 0.$$

Вариант III

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной t , при котором оно принимается, если

$$f(t) = \frac{t^2}{25t^4 - 3t^2 + 1}.$$

2. Докажите, что при всех действительных a , b и c справедливо неравенство

$$a^2 + 12b^2 + 3c^2 \geq 6ab + 6bc.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x-1| + |x-4| + |x-7| \leq 12.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 6}} + \frac{1}{2x - 5}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2 - \sqrt{5 - 4x - x^2}}.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра a

a) $\frac{x+2}{2a-1} \geqslant \frac{x-1}{a};$ б) $ax^2 - 4x + 4a \geqslant 0.$

Вариант IV

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной x , при котором оно принимается, если

$$f(x) = \frac{5x^2}{2x^4 - 3x^2 + 8}.$$

2. Докажите, что при всех действительных x , y и z справедливо неравенство

$$4(x+y)z \geqslant x^2 + 5z^2 + 4y^2.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x+1| + |x+3| + |x+5| \leqslant 9.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{2}{5-2x} - \sqrt{-\frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{3 + 2x - x^2}} - 5.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра b

a) $\frac{x}{2b-6} \leqslant \frac{x+1}{b};$ б) $b^2x^2 + 2x + b^2 \geqslant 0.$

Дополнительные варианты.

13 марта 2004 года

Вариант V

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной x , при котором оно принимается, если

$$f(x) = \frac{1}{4x^2 - 20x + 27}.$$

2. Докажите, что при всех действительных x , y и z справедливо неравенство

$$x^2 + 4y^2 + 9z^2 \geqslant 12yz + 6xz - 4xy.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x - 2| + |2x - 6| \leqslant 8 - x.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{1}{2x - 9} + \sqrt{\frac{4 - x}{x^2 - 8x + 15}}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2 - \sqrt{-6x - x^2}}.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра a

а) $\frac{x - 1}{2a} \geqslant \frac{x - 3}{a + 2};$ б) $ax^2 - 4x + 4 \geqslant 0.$

Вариант VI

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной x , при котором оно принимается, если

$$f(x) = \frac{1}{9x^2 - 24x + 19}.$$

2. Докажите, что при всех действительных x , y и z справедливо неравенство

$$x^2 + 4y^2 + 4z^2 \geq 8yz + 4xz - 4xy.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x + 3| + |2x + 8| \geq x + 9.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x^2-6x+8}} + \frac{1}{2x-7}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{4x - x^2}} - 5.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра a

а) $\frac{x+2}{2a} \leq \frac{x+3}{a-1}$; б) $9ax^2 - 6x + 1 \leq 0$.

Вариант VII

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной x , при котором оно принимается, если

$$f(x) = \frac{1}{16x^2 - 24x + 14}.$$

2. Докажите, что при всех действительных x , y и z справедливо неравенство

$$9x^2 + y^2 + z^2 \geq 2yz + 6xz - 6xy.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x + 2| + |2x + 6| \leq x + 8.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x^2-6x+5}} - \frac{1}{3-x}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 2 - \frac{1}{1 - \sqrt{-4x - x^2}}.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра a

а) $\frac{x+3}{2a} \geq \frac{x+1}{a-2};$ б) $4ax^2 - 4x + 1 \leq 0.$

Вариант VIII

1. Найдите максимальное значение функции f и значение переменной x , при котором оно принимается, если

$$f(x) = \frac{1}{25x^2 - 20x + 16}.$$

2. Докажите, что при всех действительных x , y и z справедливо неравенство

$$x^2 + y^2 + 4z^2 \geq 4yz + 4xz - 2xy.$$

3. Найдите все значения переменной x , для которых справедливо неравенство

$$|x - 3| + |2x - 8| \geq 9 - x.$$

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{1}{x-4} - \sqrt{\frac{3-x}{x^2-7x+10}}.$$

5. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{6x - x^2}} - 5.$$

6. Решите неравенства в зависимости от значения параметра a

а) $\frac{x-2}{2a} \leq \frac{x-1}{a+3};$ б) $ax^2 - 6x + 9 \geq 0.$

Дополнительные вопросы. 20 марта 2004 года

Вопросы на 3.

Вариант I

1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0, \\ x^2 - 8x - 7 < 0. \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq 0, \\ x^2 - 7x - 10 > 0. \end{cases}$$

Вариант II

1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 7x + 12 \leq 0, \\ x^2 - 2x - 8 > 0. \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} x^2 + x - 20 \geq 0, \\ x^2 - x - 6 < 0. \end{cases}$$

Вариант III

1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 \geq 0, \\ x^2 + 8x - 7 < 0. \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0, \\ x^2 + 7x - 10 > 0. \end{cases}$$

Вариант IV

1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 \leq 0, \\ x^2 + 2x - 8 > 0. \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств

$$\begin{bmatrix} x^2 - x - 20 \geq 0, \\ x^2 + x - 6 < 0. \end{bmatrix}$$

Вариант V

1. Решите совокупность неравенств

$$\begin{bmatrix} x^2 - 3x + 2 \leq 0, \\ x^2 - 8x - 7 > 0. \end{bmatrix}$$

2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0, \\ x^2 - 7x - 10 < 0. \end{cases}$$

Вариант VI

1. Решите совокупность неравенств

$$\begin{bmatrix} x^2 + 7x + 12 \geq 0, \\ x^2 - 2x - 8 < 0. \end{bmatrix}$$

2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + x - 20 \leq 0, \\ x^2 - x - 6 > 0. \end{cases}$$

Вариант VII

1. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 \leq 0, \\ x^2 + 8x - 7 > 0. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0, \\ x^2 + 7x - 10 < 0. \end{cases}$$

Вариант VIII

1. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0, \\ x^2 + 2x - 8 < 0. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 - x - 20 \leq 0, \\ x^2 + x - 6 > 0. \end{cases}$$

Вопросы на 4.

Вариант I

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}} + \frac{1}{2x - 3}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 2 - \frac{1}{1 - \sqrt{3 - 2x - x^2}}.$$

Вариант II

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{1}{x-4} - \sqrt{\frac{3-x}{x^2-7x+10}}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{6x - x^2}} - 5.$$

Вариант III

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x^2-6x+5}} - \frac{1}{3-x}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 2 - \frac{1}{1 - \sqrt{-4x - x^2}}.$$

Вариант IV

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}} - \frac{2}{7-2x}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{5 + 4x - x^2}} - 5.$$

Вариант V

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x^2-6x+8}} + \frac{1}{2x-7}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{4x - x^2}} - 5.$$

Вариант VI

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{-\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 6}} + \frac{1}{2x - 5}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2 - \sqrt{5 - 4x - x^2}}.$$

Вариант VII

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{1}{2x - 9} + \sqrt{\frac{4 - x}{x^2 - 8x + 15}}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2 - \sqrt{-6x - x^2}}.$$

Вариант VIII

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \frac{2}{5 - 2x} - \sqrt{-\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}}.$$

2. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{3 + 2x - x^2}} - 5.$$