

Годовая контрольная работа.
76. 15 мая 2003 года

Вариант I

1. Докажите, что $11 \cdot 3^{n+1} \cdot 17^n + 7 \cdot 11^n$ делится на 40.
2. Найдите остаток от деления $(16 \cdot 90)^{10} + (25 \cdot 120)^{33}$ на 13.
3. Упростите выражение:

$$\frac{a+2}{8-8a+2a^2} + \frac{1}{4-2a} - \frac{2}{a^2-4a+4}.$$

4. Сократите алгебраическую дробь:

$$\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

5. Изобразите множество точек на координатной плоскости:

$$\begin{cases} -4 \leq x - 2y \leq 4; \\ 2x + 3y \leq 6; \\ 3x + 2y \geq -12. \end{cases}$$

6. Про двузначное число известно, что его сумма цифр на три больше удвоенного количества десятков этого числа. Найдите все такие числа.

Вариант II

1. Докажите, что $7 \cdot 3^n \cdot 11^{n+1} + 3 \cdot 13^n$ делится на 20.
2. Найдите остаток от деления $(10 \cdot 105)^{20} + (40 \cdot 88)^{25}$ на 13.
3. Упростите выражение:

$$\frac{1}{4d^2 + 4d + 1} + \frac{2d - 1}{2 + 8d + 8d^2} - \frac{1}{2 + 4d}.$$

4. Сократите алгебраическую дробь:

$$\frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - 4x + 4}.$$

5. Изобразите множество точек на координатной плоскости:

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3; \\ 3x + 2y \leq 12; \\ 4x + 5y \geq -20. \end{cases}$$

6. Про двузначное число известно, что его сумма цифр на два меньше утроенного количества единиц этого числа. Найдите все такие числа.

Вариант III

1. Докажите, что $13 \cdot 7^{n+1} \cdot 11^n + 29 \cdot 17^n$ делится на 30.
2. Найдите остаток от деления $(66 \cdot 101)^{11} + (12 \cdot 55)^{40}$ на 13.
3. Упростите выражение:

$$\frac{2c+1}{2-8c+8c^2} - \frac{1}{4c-2} - \frac{1}{4c^2-4c+1}.$$

4. Сократите алгебраическую дробь:

$$\frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^3 - 3x - 2}.$$

5. Изобразите множество точек на координатной плоскости:

$$\begin{cases} -5 \leq 5x - y \leq 5; \\ 4x + 3y \leq 12; \\ 2x + 5y \geq -20. \end{cases}$$

6. Про двузначное число известно, что его сумма цифр на два меньше утроенного количества десятков этого числа. Найдите все такие числа.

Вариант IV

1. Докажите, что $7 \cdot 3^{n+1} \cdot 19^n + 19 \cdot 17^n$ делится на 40.
2. Найдите остаток от деления $(29 \cdot 77)^{13} + (14 \cdot 75)^{44}$ на 13.
3. Упростите выражение:

$$\frac{2}{b^2 + 4b + 4} - \frac{1}{4 + 2b} + \frac{b-2}{8 + 8b + 2b^2}.$$

4. Сократите алгебраическую дробь:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

5. Изобразите множество точек на координатной плоскости:

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6; \\ x + 2y \leq 4; \\ 3x + 5y \geq -15. \end{cases}$$

6. Про двузначное число известно, что его сумма цифр на три больше удвоенного количества единиц этого числа. Найдите все такие числа.