

**Задание 4.***Применение векторов в пространстве***11в. 24 января 2004 года**

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед,  $AC$  и  $DC_1$  — диагонали его граней. На прямых  $AC$  и  $DC_1$  выбрали точки  $M$  и  $N$  так, что  $MN \parallel BD_1$ . Найдите отношение длин отрезков  $MN$  и  $BD_1$ .
2. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AB$  и  $CD$  тетраэдра  $ABCD$ , а точка  $P$  выбрана на ребре  $AD$  так, что  $AP : AD = 2 : 3$ . Найдите в каком отношении плоскость  $MNP$  делит ребро  $BC$ ?
3. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  длина ребра  $AA_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} AB$ . Найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .
4. В тетраэдре  $ABCD$  имеют место равенства  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что ребра  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны.
5. В правильном тетраэдре  $ABCD$  с единичным ребром точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AB$  и  $CD$ . Найдите длину отрезка  $MN$ .
6. В условиях предыдущей задачи найдите угол между прямыми  $MN$  и  $BC$ .

**Задание 5.***Сечения многогранников***11в. 31 января 2004 года**

1. Длина ребра куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равна  $a$ . Постройте сечение проходящее через диагональ  $AD_1$  грани  $AA_1 D_1 D$  и середину  $M$  ребра  $BB_1$  и найдите его площадь.
2. На ребре  $AB$  тетраэдра  $ABCD$  расположена точка  $M$  так, что  $AM : AB = \lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$ . Постройте сечение тетраэдра плоскостью проходящей через точку  $M$  и параллельной ребрам  $AD$  и  $BC$ . При каком  $\lambda$  это сечение будет ромбом, если  $AD : BC = m$ .
3. На ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM : AA_1 = m$ ,  $CN : CC_1 = n$ . Постройте сечение плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $N$  параллельно диагонали  $BD$  основания. Определите, в каком отношении эта плоскость делит ребро  $BB_1$ .
4. На диагонали  $AB_1$  грани  $ABB_1 A_1$  треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  расположена точка  $M$  так, что  $AM : MB_1 = 5 : 4$ . Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $M$  и параллельной диагоналям  $A_1 C$  и  $BC_1$  двух других граней. Определите, в каком отношении эта плоскость делит ребро  $CC_1$ .

**Задание 6.***Угол между прямой и плоскостью***11в. 2 февраля 2004 года**

1. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите длину перпендикуляра, опущенного из вершины  $B_1$  на плоскость  $AD_1 C$ , если  $AB = a$ ,  $AA_1 = b$ .
2. Найдите угол между ребром правильного тетраэдра и плоскостью грани, не содержащей это ребро.

3. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$   $AA_1 = AB$ . Найдите угол между диагональю  $AB_1$  и плоскостью  $AA_1C_1C$ .

4. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отношение бокового ребра и стороны основания равно 2 ( $AA_1 : AB = 2$ ). Найдите угол между диагональю  $BD_1$  призмы и плоскостью  $BC_1D$ .