

## Задание 4.

### *Применение векторов в пространстве*

11в. 24 января 2004 года

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед,  $AC$  и  $DC_1$  — диагонали его граней. На прямых  $AC$  и  $DC_1$  выбрали точки  $M$  и  $N$  так, что  $MN \parallel BD_1$ . Найдите отношение длин отрезков  $MN$  и  $BD_1$ .

2. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AB$  и  $CD$  тетраэдра  $ABCD$ , а точка  $P$  выбрана на ребре  $AD$  так, что  $AP : AD = 2 : 3$ . Найдите в каком отношении плоскость  $MNP$  делит ребро  $BC$ ?

3. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  длина ребра  $AA_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} AB$ . Найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

4. В тетраэдре  $ABCD$  имеют место равенства  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что ребра  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны.

5. В правильном тетраэдре  $ABCD$  с единичным ребром точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AB$  и  $CD$ . Найдите длину отрезка  $MN$ .

6. В условиях предыдущей задачи найдите угол между прямыми  $MN$  и  $BC$ .