

Контрольная работа №4.

(МФТИ, 2000 г.)

11в. 3 апреля 2004 года

Вариант I

1. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ сторона основания ABC равна 12, $\angle ADB = 2 \operatorname{arctg} \frac{3}{4}$. В треугольнике ABD проведена биссектриса BA_1 , а в треугольнике B_1CD проведены медиана BC_1 и высота CB_1 . Найти:

- 1) объем пирамиды $A_1B_1C_1D$;
- 2) площадь проекции треугольника $A_1B_1C_1$ на плоскость ABC .

2. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ $\angle ADC = 2 \arcsin \frac{1}{6}$, сторона основания ABC равна 2. Точки K, M, N , — середины ребер AB, CD, AC соответственно. Точка E лежит на отрезке KM и $3ME = KE$. Через точку E проходит плоскость \mathcal{P} перпендикулярно отрезку KN . В каком отношении плоскость \mathcal{P} делит ребра пирамиды? Найти площадь сечения пирамиды плоскостью \mathcal{P} и расстояние от точки N до плоскости \mathcal{P} .

Вариант II

1. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ сторона основания ABC равна 6, угол между боковыми гранями $\arccos \frac{1}{10}$. В треугольнике ABD проведена биссектриса BA_1 , а в треугольнике B_1CD проведены медиана BC_1 и высота CB_1 . Найти:

- 1) объем пирамиды $A_1B_1C_1D$;
- 2) площадь проекции треугольника $A_1B_1C_1$ на плоскость ABC .

2. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ $\angle ADC = 2 \arcsin \frac{1}{3}$, сторона основания ABC равна 2. Точки K, M, N , — середины ребер AB, CD, AC соответственно. Точка E лежит на отрезке CM и $3ME = CE$. Через точку E проходит плоскость \mathcal{P} перпендикулярно отрезку KN . В каком отношении плоскость \mathcal{P} делит ребра пирамиды? Найти площадь сечения пирамиды плоскостью \mathcal{P} и расстояние от точки N до плоскости \mathcal{P} .

Вариант III

1. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ сторона основания ABC равна 3, угол между основанием и боковой гранью $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$. В треугольнике ABD проведена биссектриса BA_1 , а в треугольнике BCD проведены медиана BC_1 и высота CB_1 . Найти:

- 1) объем пирамиды $A_1B_1C_1D$;
- 2) площадь проекции треугольника $A_1B_1C_1$ на плоскость ABC .

2. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ длина бокового ребра равна 12, а угол между основанием ABC и боковой гранью равен $\arccos \frac{1}{\sqrt{105}}$. Точки K, M, N , — середины ребер AB, CD, AC соответственно. Точка E лежит на отрезке KM и $2ME = KE$. Через точку E проходит плоскость \mathcal{P} перпендикулярно отрезку KN . В каком отношении плоскость \mathcal{P} делит ребра пирамиды? Найти площадь сечения пирамиды плоскостью \mathcal{P} и расстояние от точки N до плоскости \mathcal{P} .

Вариант IV

1. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ сторона основания ABC равна 12, высота пирамиды $DO = \sqrt{33}$. В треугольнике ABD проведена биссектриса BA_1 , а в треугольнике BCD проведены медиана BC_1 и высота CB_1 . Найти:

- 1) объем пирамиды $A_1B_1C_1D$;
- 2) площадь проекции треугольника $A_1B_1C_1$ на плоскость ABC .

2. В правильной треугольной пирамиде $ABCD$ сторона основания ABC равна 4, а угол между плоскостью основания и боковой гранью равен $\arccos \frac{1}{2\sqrt{6}}$. Точки K, M, N , — середины ребер AB, CD, AC соответственно. Точка E лежит на отрезке CM и $5ME = CE$. Через точку E проходит плоскость \mathcal{P} перпендикулярно отрезку KN . В каком отношении плоскость \mathcal{P} делит ребра пирамиды? Найти площадь сечения пирамиды плоскостью \mathcal{P} и расстояние от точки N до плоскости \mathcal{P} .