

## Контрольная работа №2.

### Векторы

11в. 13 октября 2003 года

### Вариант I

1. На ребрах  $SA$  и  $SB$  тетраэдра  $SABC$  выбраны соответственно точки  $A_1$  и  $B_1$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат на отрезках  $A_1B$  и  $CB_1$  соответственно, причем отрезок  $MN$  параллелен плоскости  $ASC$ . Найдите отношение  $BM : BA_1$ , если  $SB_1 : SB = 2 : 3$ ,  $CN : CB_1 = 3 : 4$ .

2. Пусть векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по  $\frac{\pi}{3}$ . Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  и  $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .

3. Две плоскости пересекаются под углом  $\frac{\pi}{3}$ . Для любой ли точки пространства существует такая плоскость, проходящая через нее, что углы, которые она образует с двумя данными плоскостями равны.

### Вариант II

1. На ребрах  $SA$  и  $SB$  тетраэдра  $SABC$  выбраны соответственно точки  $A_1$  и  $B_1$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат на отрезках  $A_1B$  и  $CB_1$  соответственно, причем отрезок  $MN$  параллелен плоскости  $ASC$ . Найдите отношение  $CN : CB_1$ , если  $SB_1 : SB = 2 : 3$ ,  $BM : BA_1 = 2 : 3$ .

2. Пусть векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по  $\frac{\pi}{3}$ . Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$  и  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

3. Две плоскости пересекаются под углом  $\frac{\pi}{6}$ . Для любой ли точки пространства существует такая плоскость, проходящая через нее, что углы, которые она образует с двумя данными плоскостями равны.

### Вариант III

1. На ребрах  $SA$  и  $SB$  тетраэдра  $SABC$  выбраны соответственно точки  $A_1$  и  $B_1$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат на отрезках  $A_1B$  и  $CB_1$  соответственно, причем отрезок  $MN$  параллелен плоскости  $ASC$ . Найдите отношение  $SB_1 : SB$ , если  $BM : BA_1 = 1 : 2$ ,  $CN : CB_1 = 3 : 4$ .

2. Пусть векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по  $\frac{\pi}{3}$ . Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$  и  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

3. Две плоскости перпендикулярны друг другу. Для любой ли точки пространства существует такая плоскость, проходящая через нее, что углы, которые она образует с двумя данными плоскостями равны.

## Вариант IV

1. На ребрах  $SA$  и  $SB$  тетраэдра  $SABC$  выбраны соответственно точки  $A_1$  и  $B_1$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат на отрезках  $A_1B$  и  $CB_1$  соответственно, причем отрезок  $MN$  параллелен плоскости  $ASC$ . Найдите отношение  $BM : BA_1$ , если  $SB_1 : SB = 3 : 4$ ,  $CN : CB_1 = 1 : 3$ .

2. Пусть векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по  $\frac{\pi}{3}$ . Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  и  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

3. Две плоскости пересекаются под углом  $\frac{\pi}{4}$ . Для любой ли точки пространства существует такая плоскость, проходящая через нее, что углы, которые она образует с двумя данными плоскостями равны.