

**Контрольная работа №4.**  
*Интеграл*  
**573 группа. 27 марта 2006 г.**

Вариант *Биина Ильи*

1. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{\frac{x^2 + x}{x - 3}}, \quad y = 0 \quad (-1 \leq x \leq 0).$$

2. Найдите массу четверти эллипса  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ , лежащей в первой четверти, если линейная плотность меняется по закону  $\rho(x, y) = xy$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^1 \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right)^\alpha \sin^2 \pi x dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(2x - 2)}{x(e^{x-1} - x)^\alpha} dx.$$

Вариант *Бирюкова Михаила*

1. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = a^2 - (x - 3a)^2, \quad y = -8a^2 \quad (a > 0).$$

2. Вычислите работу переменной силы  $\vec{F}(y-x^2, x)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 - |x^2 - 1|$ ,  $0 \leq x \leq 2$ , в направлении возрастания  $x$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\sqrt[3]{x+1} - 1)^\alpha}{\sqrt{x^2 + \arctg \sqrt{x}}} dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sin(3x-6)}{(x - \ln(x-1) - 2)^\alpha} dx.$$

Вариант *Грошева Олега*

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и линиями

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2, \quad x = y^2.$$

2. Найдите массу дуги кривой  $y = 2 \operatorname{ch} \frac{x}{2}$  ( $0 \leq x \leq 2$ ), если линейная плотность меняется по закону  $\rho(x, y) = x^2$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} x^\alpha \left( \sqrt{x^4 + x^2} - \frac{x}{1+x^2} \right) dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin 2x}{(x^3 - 6x + 6 \sin x)^\alpha} dx.$$

Вариант *Дорожкина Даниила*

1. Найдите площадь поверхности эллипсоида, образованного вращением эллипса с полуосами 5 и 3 вокруг большей оси.

2. Вычислите работу переменной силы  $\vec{F}(y, x^3 - y)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 + |x^3|$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , в направлении возрастания  $x$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^1 \left( \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x} - x)}{e^x - 1} \right)^\alpha dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(x-1)}{(2x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1)^\alpha} dx.$$

Вариант *Жарова Евгения*

1. Найдите длину дуги кривой

$$x(t) = 1 - \cos 2t, \quad y(t) = \sin t - \frac{1}{3} \sin 3t, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}.$$

2. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_{\gamma} (y + z^2)dx + 3yzdy + 4x^3dz,$$

где  $\gamma$  — кривая:  $x = t^3$ ,  $y = t^2$ ,  $z = t$  ( $0 \leq t \leq 1$ ), пробегаемая в направлении увеличения параметра.

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\operatorname{ch} x - 1)dx}{(e^x - 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^\alpha}.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_3^{+\infty} \frac{\cos(2x+3)dx}{\ln^\alpha(x - \operatorname{arctg} x)}.$$

Вариант *Ибрагимова Шакира*

1. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sin t, \quad x = e^{-2t}, \quad 0 \leq t \leq \pi \quad \text{и} \quad y = 0.$$

2. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_{\gamma} \left( \sqrt{x^2 + y^2} + z \right) ds,$$

где  $\gamma$  — кривая:  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = 2t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ).

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{(x - \operatorname{sh} x)x^{\frac{3\alpha}{2}} dx}{(e^x - 1)\sqrt{1 + x^\alpha}}.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sin(5x + 1)dx}{x \ln^\alpha(x + 1)}.$$

Вариант *Козлова Ильи*

1. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{\frac{x^2 + x}{x - 3}}, \quad y = 0 \quad (-1 \leq x \leq 0).$$

2. Вычислите работу переменной силы  $\vec{F}(y - x^2, x)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 - |x^2 - 1|$ ,  $0 \leq x \leq 2$ , в направлении возрастания  $x$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^1 \left( \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x} - x)}{e^x - 1} \right)^\alpha dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin 2x}{(x^3 - 6x + 6 \sin x)^\alpha} dx.$$

Вариант *Лошкова Дмитрия*

1. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = a^2 - (x - 3a)^2, \quad y = -8a^2 \quad (a > 0).$$

2. Вычислите работу переменной силы  $\vec{F}(y, x^3 - y)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 + |x^3|$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , в направлении возрастания  $x$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} x^\alpha \left( \sqrt{x^4 + x^2} - \frac{x}{1 + x^2} \right) dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_3^{+\infty} \frac{\cos(2x + 3) dx}{\ln^\alpha(x - \operatorname{arctg} x)}.$$

Вариант *Лощининой Юлии*

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и линиями

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2, \quad x = y^2.$$

2. Найдите массу дуги кривой  $y = 2 \operatorname{ch} \frac{x}{2}$  ( $0 \leq x \leq 2$ ), если линейная плотность меняется по закону  $\rho(x, y) = x^2$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\operatorname{ch} x - 1) dx}{(e^x - 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^\alpha}.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sin(5x+1)dx}{x \ln^\alpha(x+1)}.$$

Вариант *Минаева Павла*

1. Найдите площадь поверхности эллипсоида, образованного вращением эллипса с полуосами 5 и 3 вокруг большей оси.

2. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_{\gamma} (y + z^2)dx + 3yzdy + 4x^3dz,$$

где  $\gamma$  — кривая:  $x = t^3$ ,  $y = t^2$ ,  $z = t$  ( $0 \leq t \leq 1$ ), пробегаемая в направлении увеличения параметра.

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{(x - \operatorname{sh} x)x^{\frac{3\alpha}{2}}dx}{(e^x - 1)\sqrt{1+x^\alpha}}.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(x-1)}{(2x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1)^\alpha} dx.$$

Вариант *Субботиной Анны*

1. Найдите длину дуги кривой

$$x(t) = 1 - \cos 2t, \quad y(t) = \sin t - \frac{1}{3} \sin 3t, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}.$$

2. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_{\gamma} \left( \sqrt{x^2 + y^2} + z \right) ds,$$

где  $\gamma$  — кривая:  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = 2t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ).

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^1 \left( \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x} - x)}{e^x - 1} \right)^\alpha dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(2x - 2)}{x(e^{x-1} - x)^\alpha} dx.$$

Вариант *Ткаченко Ильи*

1. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sin t, \quad x = e^{-2t}, \quad 0 \leq t \leq \pi \quad \text{и} \quad y = 0.$$

2. Вычислите работу переменной силы  $\vec{F}(y, x^3 - y)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 + |x^3|$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , в направлении возрастания  $x$ .

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^1 \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right)^\alpha \sin^2 \pi x dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sin(3x - 6)}{(x - \ln(x - 1) - 2)^\alpha} dx.$$

Вариант *Эрлиха Игоря*

1. Найдите площадь поверхности эллипсоида, образованного вращением эллипса с полуосами 5 и 3 вокруг большей оси.

2. Найдите массу четверти эллипса  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ , лежащей в первой четверти, если линейная плотность меняется по закону  $\rho(x, y) = xy$ .
3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\sqrt[3]{x+1} - 1)^\alpha}{\sqrt{x^2 + \arctg \sqrt{x}}} dx.$$

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(x-1)}{(2x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1)^\alpha} dx.$$