

Контрольная работа №1.

Матрицы, векторы, базисы

573 группа. 26 сентября 2005 г.

Вариант I

1. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} y + 3z = -1; \\ 2x + 3y + 5z = 3; \\ 3x + 5y + 7z = 6. \end{cases}$$

2. На ребрах SA и SB тетраэдра $SABC$ выбраны соответственно точки A_1 и B_1 . Точки M и N лежат на отрезках A_1B и CB_1 соответственно, причем отрезок MN параллелен плоскости ASC . Найдите отношение $BM : BA_1$, если $SB_1 : SB = 2 : 3$, $CN : CB_1 = 3 : 4$.

3. Пусть векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по $\frac{\pi}{3}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ и $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

4. В треугольнике ABC через точку H на стороне AC проведена прямая параллельно стороне BC до пересечения со стороной AB в точке M . Площадь треугольника BHM в 4,5 раза меньше площади треугольника ABC . Найдите отношение $|AM| : |MB|$.

5. В пространстве даны две прямоугольные системы координат $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ и $\{O'; \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\}$. Точки O и O' различны, а концы векторов \vec{e}_i и \vec{g}_i , отложенных соответственно от точек O и O' , совпадают ($i = 1, 2, 3$). Найдите координаты точки во второй системе координат, если известны ее координаты в первой.

Вариант II

1. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2; \\ 3x + y - 2z = 3; \\ x + z = 3. \end{cases}$$

2. На ребрах SA и SB тетраэдра $SABC$ выбраны соответственно точки A_1 и B_1 . Точки M и N лежат на отрезках A_1B и CB_1 соответственно, причем отрезок MN параллелен плоскости ASC . Найдите отношение $CN : CB_1$, если $SB_1 : SB = 2 : 3$, $BM : BA_1 = 2 : 3$.

3. Пусть векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по $\frac{\pi}{3}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

4. В треугольнике ABC через точку K на стороне AC проведена прямая параллельно стороне AB до пересечения со стороной CB в точке L . Площадь треугольника BKL в 4,9 раза меньше площади треугольника ABC . Найдите отношение $|BL| : |LC|$.

5. В пространстве даны две прямоугольные системы координат $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ и $\{O'; \vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3\}$. Точки O и O' различны, а концы векторов \vec{e}_1 и \vec{e}'_3 , \vec{e}_2 и \vec{e}'_1 , \vec{e}_3 и \vec{e}'_2 , отложенных соответственно от точек O и O' , совпадают. Найдите координаты точки в первой системе координат, если известны ее координаты во второй.

Вариант III

1. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2; \\ 3x + y - 2z = 3; \\ x + z = 3. \end{cases}$$

2. На ребрах SA и SB тетраэдра $SABC$ выбраны соответственно точки A_1 и B_1 . Точки M и N лежат на отрезках A_1B и CB_1 соответственно, причем отрезок MN параллелен плоскости ASC . Найдите отношение $SB_1 : SB$, если $BM : BA_1 = 1 : 2$, $CN : CB_1 = 3 : 4$.

3. Пусть векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по $\frac{\pi}{3}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

4. В треугольнике ABC через точку D на стороне AC проведена прямая параллельно стороне AB до пересечения со стороной CB в точке E . Площадь треугольника BED в 4,05 раза меньше площади треугольника ABC . Найдите отношение $|BE| : |EC|$.

5. В пространстве даны две прямоугольные системы координат $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ и $\{O'; \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\}$. Точки O и O' различны, а концы векторов \vec{e}_1 и \vec{g}_2 , \vec{e}_2 и \vec{g}_3 , \vec{e}_3 и \vec{g}_1 , отложенных соответственно от точек O и O' , совпадают. Найдите координаты точки во второй системе координат, если известны ее координаты в первой.

Вариант IV

1. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} y + 3z = -1; \\ 2x + 3y + 5z = 3; \\ 3x + 5y + 7z = 6. \end{cases}$$

2. На ребрах SA и SB тетраэдра $SABC$ выбраны соответственно точки A_1 и B_1 . Точки M и N лежат на отрезках A_1B и CB_1 соответственно, причем отрезок MN параллелен плоскости ASC . Найдите отношение $BM : BA_1$, если $SB_1 : SB = 3 : 4$, $CN : CB_1 = 1 : 3$.

3. Пусть векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} имеют единичную длину, а попарные углы между ними равны по $\frac{\pi}{3}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ и $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

4. В треугольнике ABC через точку X на стороне AC проведена прямая параллельно стороне BC до пересечения со стороной AB в точке Y . Площадь треугольника XYC в 7,2 раза меньше площади треугольника ABC . Найдите отношение $|AX| : |XC|$.

5. В пространстве даны две прямоугольные системы координат $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ и $\{O'; \vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3\}$. Точки O и O' различны, а концы векторов \vec{e}_i и \vec{e}'_i , отложенных соответственно от точек O и O' , совпадают ($i = 1, 2, 3$). Найдите координаты точки в первой системе координат, если известны ее координаты во второй.