

Выпуклый анализ (для магистратуры МФТИ)

1. Выпуклые множества в банаховых пространствах. Выпуклая оболочка множества. Метрика Хаусдорфа. Алгебраическая сумма и геометрическая разность множеств, их свойства. Теорема Бляшке о компактности. Конусы. Касательные конусы, включая нижний касательный конус, конус Булигана, касательный конус Кларка и асимптотические касательные конусы.
2. Сильно и слабо полунепрерывные снизу функции в банаховом пространстве. Теорема о достижении минимума пн.сн. функции на рефлексивном банаховом пространстве. Выпуклые функции. Непрерывность выпуклых функций. Функция Минковского и опорная функция, их свойства.
3. Топологическая отделимость множеств. Теорема Хана–Банаха. Теоремы о линейной отделимости выпуклых множеств в банаховом пространстве.
4. Двойственность Минковского. Понятие поляры множества и ее свойства. Нормальный конус, его непустота. Нормальный конус Кларка.
5. Преобразование Лежандра–Фенхеля–Моро функции. Теорема Фенхеля–Моро. Субдифференциал функции. Теорема Моро–Рокафеллара о субдифференциале суммы функций. Теорема Дубовицкого–Милютина о субдифференциале максимума двух выпуклых функций. Субдифференциал Кларка.
6. Теорема Каратеодори. Особенности представлений выпуклых множеств и выпуклых функций в \mathbb{R}^n .
7. Теоремы Минковского и Крейна–Мильмана о крайних точках.
8. Селекторы выпуклых множеств. Центр Штейнера как липшицев селектор выпуклого множества.
9. Многогранные аппроксимации множеств и их оценки.
10. Экстремальные задачи. О максимумах выпуклых функций.
11. Понятие выпуклого программирования. Теорема Куна–Таккера. Метод Лагранжа для решения задач выпуклого программирования.
12. Линейное программирование. Понятие о симплекс–методе Данцига–Канторовича.
13. Вариационный принцип Экланда.
14. О вложении множества выпуклых компактов в линейное пространство.
15. Сильно выпуклые множества и функции.

Рекомендуемая литература

1. Р. Рокафеллар. Выпуклый анализ. М., Мир, 1973.
2. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. М., Наука, 1974.
3. Боннезен Г., Фенхель В. Теория выпуклых тел. М.: ФАЗИС, 2002.
4. Обен Ж.-П., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ. М.: Мир, 1988.
5. Гольштейн Е.Г., Третьяков Н.В. Модифицированные функции Лагранжа. Теория и методы оптимизации. М.: Наука, 1989.
6. Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. М.: Эдиториал УРСС, 2000.
7. Васильев В.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.
8. Половинкин Е.С. Элементы теории многозначных отображений. Учеб. пособие, М.: Изд-во Москов. физ.-тех. инст., 1982.
9. Половинкин Е.С., Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М. Физматлит, 2004.

Лектор — проф. доктор физ.-мат. наук Е.С. Половинкин.