Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 1, осенний семестр 1996/97 уч.г.

---

1. Вычислить интегралы:

а) $\int \cos x \ln(1+\cos x)dx$, б) $\int \frac{(1+x^4)^{\frac{3}{2}}}{x}dx$.

---

2. Найти предел функции
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x\cos x) - \operatorname{arctg} x}{e^{\operatorname{tg} x} - \sqrt[3]{1+3x} + 3\ln\cos x}.$$

---

3. Построить график функции
$$y = \sqrt[3]{x^2(9-8x)}.$$

---

4. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = -1$ до $o\left((x+1)^{2n+1}\right)$ функцию
$$y = (x^2+2x-3)\sqrt{1-6x-3x^2}.$$

---

5. Найти в точке $(\sqrt{2};1)$ кривизну графика функции $y = y(x)$, заданной неявно уравнением
$$y^5 + y - x^2 = 0.$$

---

6. Найти предел функции
$$\lim_{x\to +0} \left(1 + \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\arcsin x}\right)^{\frac{1}{x} + \ln^2 x}.$$

---

7. Построить кривую
$$x = \frac{t - t^2 - 4}{t}, \quad y = \frac{(t-1)^2}{t}.$$

---

8. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ имеет предел, и найти его, если
$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2}{4} + 1.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 2, осенний семестр 1996/97 уч.г.

---

1. Вычислить интегралы:
а) $\int x^5 \operatorname{arctg} x dx$, б) $\int \frac{\operatorname{tg}^5 x}{1+\cos^2 x} dx$.

2. Найти предел функции
$$\lim_{x\to 0} \left(e^{\sin x} + \frac{\arcsin 2x}{x-2} \right)^{\frac{1}{x \ln \cosh x}} .$$

3. Построить график функции
$$y = \sqrt{(2-x)|x+2|} - x.$$

4. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = -3$ до $o\left((x+3)^{2n+1}\right)$ функцию
$$y = \left(\frac{x^2}{3} + 2x - 1\right)\cos(2x+6).$$

5. Найти в точке $(1;1)$ кривизну графика функции $y = y(x)$, заданной неявно уравнением
$$y^3 + y - 2x^3 = 0.$$

6. Найти предел функции
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x(\sqrt{x^2+x} - x) + (\cos x)\ln x}{\ln(1+\cosh x)} .$$

7. Построить кривую
$$x = \frac{t^2}{2} + t, \quad y = \frac{t^2+3}{t-1} .$$

8. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ имеет предел, и найти его, если
$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{1+x_n}{2+x_n} .$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 3, осенний семестр 1996/97 уч.г.

---

1. Вычислить интегралы:

а) $\int \sin x \ln(1+\sin x)dx$,   б) $\int \dfrac{\sqrt[4]{x^5}dx}{(1-\sqrt[4]{x^3})^{\frac{4}{3}}}$.

---

2. Найти предел функции
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\sin 2x}-\cos x-\sinh x}{e^{\frac{x}{1-x}}-\cosh x+\frac{1}{2}\ln(1-2x)}.$$

---

3. Построить график функции
$$y=\sqrt[3]{x^2(x-6)}.$$

---

4. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x=2$ до $o\left((x-2)^{2n+1}\right)$ функцию
$$y=\left(\frac{x^2}{4}-x+4\right)e^{2x-\frac{x^2}{2}}.$$

---

5. Найти в точке $(1;1)$ кривизну графика функции $y=y(x)$, заданной неявно уравнением
$$y^5+y-2x^3=0.$$

---

6. Найти предел функции
$$\lim_{x\to+0}\left(\frac{\sinh x}{\operatorname{arctg} x}\right)^{\frac{1}{x^2}+\ln x}.$$

---

7. Построить кривую
$$x=\frac{t^2}{t-2}, \quad y=\frac{t^2-3}{t-2}.$$

---

8. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ имеет предел, и найти его, если
$$x_1=0, \quad x_{n+1}=x_n^2+\frac{1}{4}.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по математическому анализу
Курс: 1, Вариант: 4, осенний семестр 1996/97 уч.г.

---

1. Вычислить интегралы:

   а) $\int (x^3+2)\operatorname{arctg} x\,dx$, б) $\int \frac{\cos^4 x \sin 2x}{(1+\sin^2 x)^{\frac{3}{4}}} dx$.

---

2. Найти предел функции

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sqrt{1+2x}} - \frac{\ln(1+3\operatorname{tg} x)}{x^2-3}\right)^{\frac{1}{\sinh x - x}} .$$

---

3. Построить график функции

$$y = 2x - \sqrt{(x+1)|x-1|}.$$

---

4. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x = \frac{1}{3}$ до $o\left((x-\frac{1}{3})^{2n+2}\right)$ функцию

$$y = (-3x^2+2x+1)\sin(3x-1).$$

---

5. Найти в точке $(\sqrt{2};1)$ кривизну графика функции $y = y(x)$, заданной неявно уравнением

$$x^2 - y - y^3 = 0.$$

---

6. Найти предел функции

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2(\sqrt[3]{x^3+x} - x) + (\sin x)\ln(1+x)}{\ln(1+x+e^{5x})} .$$

---

7. Построить кривую

$$x = \frac{t^2+3}{t+1}\,, \quad y = \frac{t^3+9t^2}{3(t+1)} .$$

---

8. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ имеет предел, и найти его, если

$$0 < x_1 < 1, \quad x_{n+1} = 1 - x_n^2 + x_n^3.$$
